איך ללמד חילוק ארוך:
אבן בוחן לכמה עקרונות הוראה

פרופ' רון אהרוני

הוראת החילוק הארוך נמצאת בעינו של ויכוח נוקב בעולם החינוך המתמטי. יש הטוענים שהוא קשה מדי, ושהילדים לא מבינים אותו אלא מבצעים אותו בצורה מכאנית. יש המשווים אותו אפילו להוצאת שורש, שלפני שנים הייתה חלק מחומר הלימוד של כיתות ז'-ח', וכיום נזנחה לגמרי, כנראה בצדק. עקב הכשלון בהוראתו, נזנח החילוק הארוך למשך זמן רב לגמרי בישראל: בתוכנית הלימודים של תשמ"ח ניתנה לו עדיפות נמוכה, מה שבעיני רוב המורים התפרש כהרשאה לוותר עליו. עתה הוא חוזר. הוא מופיע כפרק בתוכנית הלימודים החדשה של משרד החינוך.

בחזרתו של החילוק הארוך לתוכנית הלימודים יש צדק רב. זהו אלגוריתם בסיסי ביותר, שמכיל כמה עקרונות חשובים. שליטה בו מצריכה הבנה טובה של משמעות החילוק, הכרת לוח הכפל, ויכולת אומדן טובה. האלגוריתם בנוי על רעיון של מיצוי של מספר בשלבים, כלומר חלוקה של חלק אחר חלק מן המספר. המבנה האינדוקטיבי בולט בו אולי יותר מאשר בשאר אלגוריתמי החישוב. וחשוב מכל: היכולת לחשב פעולה כה בסיסית כחילוק נותנת לילד תחושה של שליטה. אי אפשר להשאיר פעולה כזו בידי המחשבון, ולשוות לה בכך מסתוריות, כאילו היא מעבר ליכולתו של התלמיד.

במאמר הזה אספר על דרכים להוראת האלגוריתם, ובמיוחד על התנסויותי שלי בהוראתו. המטרה אינה רק לעזור למורים ולכותבי הספרים, אף כי כמובן זוהי מטרה חשובה. אני גם רוצה להדגים כמה עקרונות שנראים לי כבסיסיים בהוראת המתמטיקה בבית-הספר היסודי. החשוב ביניהם הוא הדירוג: פירוק לשלבים יכול להפוך למובן כמעט כל תהליך, בוודאי את התהליכים הנלמדים בבית-הספר היסודי. מעבר לכך נחוצה התנסות מוחשית בהוראתו של כל עיקרון מופשט. ההתנסות כרוכה בעקרון הוראה חשוב אחר – הדברים צריכים לבוא מתוך הילד. יש לדלות אותם ממנו מתוך ההתנסות המשותפת והדיון המשותף בה. לדיון הכיתתי יש מטרה נוספת: להגיע יחד לניסוחים מפורשים ומדויקים של העקרונות הנלמדים.

<u>עיקרון ראשון: כבוד למורכבות של המתמטיקה היסודית</u>

הדבר הראשון הנחוץ להוראה טובה, וכן לכתיבת ספרי לימוד בסדר הנכון, הוא כבוד למורכבות של המתמטיקה היסודית. צריך להבין שהיא אינה פשוטה, ושתהליכים שנראים מבחוץ כאילו הם עשויים צעד אחד בנויים למעשה מכמה שלבים. מי שאינו מכיר בכלל הזה יסבור שתפקידו כמורה או ככותב ספרי לימוד הוא להעביר לילדים רעיונות מחוכמים (כך האמנתי אני בתחילה) או להמציא אמצעי עזר (כפי שעושים ספרים רבים). מי שכן מכיר בו, יידע לחפש את סוד הוראתו של עיקרון בצד המתמטי שלו, לא רק בדידקטי. ומשמעו של זה הוא שהוא ינסה לפרק את העיקרון לרכיביו. ובכך אנו מגיעים לעיקרון השני:

<u>עיקרון שני: פירוק</u>

כשנכנסתי לראשונה לבית-הספר היסודי ניסיתי ללמד את הילדים דברים מחוכמים. המורה שאותה ליוויתי, ולמעשה יותר היא ליוותה אותי, הייתה עוצרת אותי: "לדרג, לדרג, לדרג", הייתה חוזרת ושונה. וכך למדתי את הכלל שהוא בעיני החשוב ביותר בחינוך מתמטי: הוראה טובה תלויה לפני הכל בידיעה לפרק את העקרונות לשלביהם.

הוראה אפשר לדמות לניסיון להעלות את התלמיד מן האדמה לגובה בניין בן כמה קומות. זאת אי-אפשר לעשות בקפיצה אחת. נחוץ לבנות לתלמיד סולם, ולספק לו את השלבים בו. יש תלמידים עם רגליים ארוכות, שעבורם מספיקים רווחים גדולים בין השלבים, ויש תלמידים

עם רגליים קצרות, שזקוקים לרווחים קצרים. ככלל, רצוי לא לדלג על שלבים, גם לא עם תלמידים טובים. דילוג כזה הוא המקור האמיתי לחרדת מתמטיקה.

עיקרון שלישי: התנסות

זהו עיקרון כה ברור, שכמעט אין צורך לאומרו. ובכל זאת: כשמגיעים לשלבים מתקדמים נוטים לשכוח אותו. גם בכיתות גבוהות כדאי לחזור אל הבסיס המוחשי של הרעיונות המופשטים. וכך, בחילוק הארוך, כפי שנראה, כדאי לחזור להתנסות מוחשית בחילוק.

עיקרון רביעי: להביא את הדברים מתוך הילד

את ההתנסות יש לכוון כך שהילד יגיע אל העקרונות בעצמו. מה שבא מתוכך אתה מבין אחרת לגמרי מאשר מה שנאמר לך.מה שנאמר לך מבחוץ אינך מבין באמת, אלא אם כן התנסית בו בעצמך.

עיקרון חמישי: ניסוחים מפורשים ומדויקים

מבין כל החידושים שציפו לי בבית-הספר היסודי, המפתיע ביותר היה לגלות עד כמה חשובים הם ניסוחים מפורשים, ויותר מכך - עד כמה התלמידים אוהבים זאת. ניסוחים מפורשים יוצרים תקשורת ביחס למושגים, מבהירים אותם, מייצבים את הידע, ובמיוחד – מאפשרים התייחסות מאוחר יותר. ניסוח מילולי מדויק הוא השלב הלפני אחרון ברכישתו של עיקרון, כאשר השלב האחרון הוא הידיעה להשתמש בו.

עיקרון קשור לכך: יש להתעכב על מקורם של השמות. מדוע קוראים למחולק "מחולק"? בדוגמה זו, למשל, נחוץ לתת דוגמאות לצורות פעילות של פעלים, כמו "לבשל", לבין צורות סבילות, כמו "מבושל", ולקשר זאת ל"מחלק" ו"מחולק".

הוראת חילוק ארוך בכיתה ג'

מה שאספר להלן מבוסס על נסיוני בהוראת חילוק ארוך בכמה כיתות ג'. בעבר, אם היו מלמדים בארץ חילוק ארוך בכלל, היו עושים זאת לכל המוקדם בכיתה ד'. כפי שתראו מייד, הדברים אינם קשים כלל גם לתלמידי כיתה ג'. זאת, בשני תנאים: האחד, שהילדים באים מוכנים (ומייד נראה מוכנות כזו מה פירושה), והשני – שספר הלימוד, או המורה, או מוטב שניהם, יידעו לפרק את התהליך.

א. חילוק עם שארית

אלגוריתם החילוק הארוך מבוסס קודם כל על **חילוק עם שארית**. זה צריך להיות השלב הראשון בהוראתו. השלב הראשון, היסודי ביותר, צריך להיות **כתיבה של חילוק עם שארית על פי המתכונת של החילוק הארוך**. והכוונה כאן היא לחילוק עם שארית הנמצא בתחומי לוח הכפל, כלומר שתוצאתו קטנה מ-10. למשל:

$$\begin{array}{rl} 6 & \\ \hline 32 & \big| \; 5 \\ - \; 30 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

שימו לב: אין כאן למעשה חילוק ארוך. החילוק הארוך הופך למשמעותי רק כאשר בתוצאה יש שתי ספרות. מה שיש כאן הוא רק דרך הכתיבה. אבל הדרך הזאת לחישוב השארית היא שלב מכריע בהבנת האלגוריתם.

אבל לפני שניגשים לכך, חייבים הילדים להפנים את מושג השארית היטב, ולהיות מסוגלים להמחישו, לספר עליו סיפורים, ולהבינו היטב. גם כשנלמד את האלגוריתם המלא, נחזור להמחשות.

משום כך, את השיעור הראשון על חילוק ארוך התחלתי באחת הכיתות במושג השארית. שאלתי את הילדים מהו חילוק, ולאחר דיון קצר, שבו הגדירו לי מה פירוש "חילוק", ביקשתי מהם סיפור הדורש חילוק. כמובן, קיבלתי סיפור של חילוק ללא שארית. לאחר מכן אמרתי להם כך: אני עומד לספר לכם שני סיפורי חילוק. אתם תצטרכו לגלות מהו ההבדל ביניהם. סיפור ראשון: לאמא היו 5 סנדוויצ'ים, והיא חילקה אותם בין שני ילדיה. כמה קיבל כל אחד? סיפור שני: לאמא היו 5 גולות, והיא חילקה אותן בין שני ילדיה – כמה קיבל כל אחד? אחרי דיון קצר (שבו, כרגיל יש גם מעט הכוונה מצד המורה, ככל האפשר לא מורגשת) הילדים הסבירו לי: בסיפור הראשון קיבל כל ילד 2 סנדוויצ'ים, נותר אחד, ואותו אפשר לחלק לשניים, ואז כל ילד קיבל שני סנדוויצ'ים וחצי. בסיפור השני אי אפשר לחלק את הגולה שנותרה, ולכן אנחנו משאירים אותה בצד – שארית.

ביקשתי את הילדים שיספרו לי עוד סיפורי חילוק שבהם אי אפשר לחלק את הפריטים שנותרו אחרי החלוקה השווה, וצריך להשאירם כשארית. בין השאר הגענו לדוגמה של "היו שבעה ילדים, והם היו צריכים להתחלק לשתי קבוצות" – האם אפשר לחלק את הילד הנותר? סיפרנו את סיפור משפט המלך שלמה.

עתה אמרתי לילדים: אתם יודעים, לחילוק יש הרבה סימונים. אפשר לכתוב 7:2, אפשר לכתוב
$\frac{7}{2}$, ויש המסמנים:

$$\overline{7}\big|\;\;2$$

ואת התוצאה כותבים למעלה, כך:

$$\begin{array}{l} \;3 \\ \overline{7}\big|\;\;2 \end{array}$$

עתה לקחתי 7 טושים, וביקשתי מילדה שתדגים איך היא מחלקת לשניים. היא חילקה ל-2 קבוצות של 3, והותירה אחד בצד. שאלתי אותה – אם יש לך 2 קבוצות של 3, כמה מן הטושים חילקת? 6, היא אמרה. איך ידעת? עשיתי 2 פעמים 3. ואיך תדעי כמה לא חילקת? היו לך 7 בתחילה, ו-6 חילקת, כמה לא חילקת? 1, היא אמרה. איזה תרגיל עשית? 7-6, היא אמרה. בשלב זה כתבתי את ה-6 מתחת ל-7, וכתבתי את החיסור:

$$\begin{array}{l} \;\;3 \\ \;\overline{7}\big|\;\;2 \\ - \\ \;\underline{6} \\ \;1 \end{array}$$

עכשיו שאלתי – מדוע כתבנו את ה-6 מתחת ל-7? עם הכוונה קלה הם הגיעו לתשובה: משום שאנחנו רגילים לכתוב חיסור במאונך. האם את 7-6 באמת יותר קל לבצע כשהוא כתוב אנכית? לא, אבל כשנגיע לתרגילים מסובכים יותר, זה אכן יהיה יותר קל.

עתה חזרנו על תרגילים דומים, שבהם מתוך החילוק הארוך נלקח רק חלק זה, של חישוב השארית. אני מאמין בכלל נוסף בהוראה, מוזר במקצת, שאינני בטוח שהכל יסכימו אתי עליו: **חזור על עיקרון עד לזרא.** שפירושו – שאל שוב ושוב, על אותו דבר, שכבר נראה פשוט לגמרי לתלמידים, עד שירגישו שאתה מגזים. הסימן הטוב ביותר לרוויה הוא שהם, וגם אתה, תתחילו לצחוק. הסיבה לכך היא ששובע מעיקרון משמעותו שהוא הופנם.

לא המשכתי באותה כיתה בהוראת החילוק, אבל לו הייתי ממשיך הייתי שואל בשיעורים הבאים עוד ועוד על תרגילים מסוג זה: 11:2, 12:2, 19:2, 23:3, 57:7 וכו'.

בודדנו כאן את השלב הראשון בחילוק הארוך: דרך מציאת השארית, באמצעות כפל החלק השלם של המנה במחלק, וחיסור המכפלה מן המחולק. באילו עקרונות השתמשנו עד כה? כמובן, בפירוק. שנית, הדגשנו את משמעות החילוק, והתנסינו בו בצורה מוחשית. ולבסוף, ערכנו דיון והגענו לניסוחים מפורשים בעניין הדרך למציאת השארית, ובסיבה לכתיבה האנכית. אם כן, כבר בשלב זה השתמשנו בכל העקרונות שמנינו.

איזו מוכנות דרושה מן התלמידים לצורך השלב הזה? הבנת המשמעות של הפעולות; יכולת לספר עליהן סיפורים חשבוניים; יכולת לנסח עקרונות מתמטיים ולנתח את הסיבות להם.

האם כל זה היה פשוט מדי? לגמרי לא. הכלל הוא: **אין פשוט מדי מכדי ללומדו בצורה מפורשת.** על יסוד שהונח בתורה יציבה אפשר עתה לבנות.

ב. חוק הפילוג

תני לילד 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק, ובקשי ממנו לחלק אותם בין 2 ילדים. כמה יקבל כל ילד? הילדים יגלו: 3 טושים ו-4 מקלות ארטיק. כמה הם, אם כן, 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק לחלק ל-2? התשובה: 3 טושים ו-4 מקלות ארטיק. עתה יש לספר להם: לחוק הזה יש שם מיוחד – "חוק הפילוג". האם אתם מכירים מילה דומה ל"פילוג"? נכון, פלג. מה זה "פלג"? זהו נחל קטן שזורם לתוך נחל גדול. "לפלג" פירושו להפריד לחלקים. כמו שהנחל הגדול מורכב מפלגים קטנים.

ג. חלוקה ב-2

עתה אנו מגיעים לאלגוריתם עצמו. הוא נחוץ לחישוב תרגילים שבהם המחולק גדול לפחות פי 10 מן המחלק, כמו 34:3. האלגוריתם בנוי משלבים, שבכל אחד מהם מבוצע חילוק בתחום לוח הכפל (כלומר – כזה שתוצאתו קטנה מ-10), וחישוב השארית – מה עדיין לא חולק. כאשר יש יותר מרכיב אחד לתהליך, כדאי להפריד ביניהם וללמוד כל רכיב לחוד – "הפרד ומשול". במקרה זה אפשר לנטרל אחד מן הרכיבים, זה של ביצוע החילוק בתחום לוח הכפל, מה שמאפשר להתרכז בהבנת המבנה של התהליך. זאת עושים על ידי כך שמתרכזים בחילוק ב-2. בחלוקה ב-2 כל שלב חילוק הוא פשוט במיוחד – הרי כל אחד יודע לבצע חילוק של מספר קטן מ-20 ב-2, כמו 16:2.

מקרה ראשון: כל ספרותיו של המחולק מתחלקות ב-2.

תת מקרה: חלוקה של מספר זוגי של עשרות שלמות ב-2.

שאלו את התלמידים: כמה הם 60:2? הם יענו מייד: 30. איך ידעתם? כי 60 הם 6 עשרות. ציירו על הלוח 6 קבוצות של 10 פריטים, ושאלו מה קורה כשמחלקים אותן בין 2 ילדים. הם יגידו – כל אחד יקבל 3 מהן. עתה עברו לשלב מעט יותר מופשט: ציירו 6 מטבעות של 10, ושאלו מה קורה כשמחלקים אותן בין 2 ילדים.

כדאי לחזור על כך עוד ועוד, 40:2, וגם 160:2, 280:2. העיקרון שאנו לומדים כאן: עשרת אחת היא פריט אחד. לחלק עשרות שלמות הוא כמו לחלק פריטים כלשהם, כמו חלוקת גולות או תפוחים.

השלב הבא: שילוב של חוק הפילוג עם העיקרון של חלוקת עשרות שלמות.

השלב הבא הוא להסתכל בתרגיל כמו 68:2. הילדים יודעים מיד: התוצאה היא 34. מדוע? הילדים יידעו: 60:2 הם 30, 8:2 הם 4. כדאי לחזור לציור. ציירו 68 עצמים על הלוח, בצורה סמלית: 6 עיגולים ("מטבעות") שבהם כתוב המספר 10, כלומר 6 עשרות, ו-8 אחדות. בואו נחלק את 6 העשרות בין שני ילדים – האם אפשר? כן. כל ילד יקבל 3 עשרות. ומה בדבר האחדות? כל ילד יקבל מהן 4 אחדות. כמה יקבל כל ילד מחלוקת העשרות ומחלוקת האחדות יחד? 3 עשרות ועוד 4 אחדות.

האם זה מזכיר לכם משהו? נכון, זה דומה למה שעשינו כשחילקנו בין שני ילדים 6 טושים ו-8 מקלות ארטיק. איך קראנו לחוק הזה, של חילוק שני דברים משני סוגים שונים? נכון, "חוק הפילוג".

יש לתרגל זאת: כמה הם 46:2? 82:2?

עתה יש לנסח את החוק. האם תוכלו לספר לי איך מחשבים 68:2? נכון, כל ספרה מחולקת ב-2.

ומה בדבר 268:2?

האם תוכלו לנסח חוק כללי? כן, כאשר כל הספרות של מספר מתחלק ב-2, המנה מתקבלת מחלוקת כל ספרה ב-2.

המקרה הכללי: חילוק ארוך מתחילים משמאל!

יש בידינו עתה את כל המרכיבים. צריך רק לצרף אותם יחד.

יש להתחיל בחילוק מספר דו-ספרתי גדול מ-20 ב-2. למשל, 74:2. כתבו את התרגיל, וציירו בצד 7 מטבעות של 10, ולידם 4 קווים, שיציינו 4 אחדות. את כתיבת החילוק הארוך יש ללוות בתהליך מקביל שייעשה בציור הזה.

חילוק ארוך מתחילים משמאל. כלומר, מתחילים מחילוק העשרות. מדוע? אחר כך נסביר. ננסה לחלק את 7 העשרות. 3 = 7:2. אבל בכך לא חילקנו את כל 7 העשרות: חילקנו רק 2×3 עשרות, כלומר 6 עשרות. כמה לא חילקנו? 1 = 7-6. בואו נכתוב זאת בדרך שלמדנו.

$$\begin{array}{ll|l} & 3 & \\ \cline{2-2} & 7\ \ 4 & 2 \\ - & & \\ & 6 & \\ \cline{2-2} & 1 & \end{array}$$

מה אם כן עדיין לא חילקנו? עשרת אחת, ומה עוד? גם את 4 האחדות לא חילקנו. אי אפשר לחלק עשרת אחת ל-2, בכל אופן לא בתור עשרת שלמה. מה עושים? פורטים אותה לאחדות. כמה אחדות יש לנו יחד עם ה-4? 14. נראה זאת בדיוק אם נוריד את ה-4, הנה כך:

$$\begin{array}{ll|l} & 3 & \\ \cline{2-2} & 7\ \ 4 & 2 \\ - & & \\ & 6 & \\ \cline{2-2} & 1\ \ 4 & \end{array}$$

את 14 האחדות עדיין לא חילקנו ב-2. זכרו – כדאי להראות זאת בציור המלווה אותנו! נראה שם עשרת אחת, שנשארה קודם כשארית, ועוד 4 אחדות. כשנחלק אותן נקבל 7 אחדות. נכתוב זאת בספרת האחדות:

$$\begin{array}{lcc|c}
 & 3 & 7 & \\ \cline{1-3}
 & 7 & 4 & 2 \\
- & & & \\
 & 6 & & \\ \cline{1-3}
 & 1 & 4 &
\end{array}$$

על זאת צריך לחזור בעוד ועוד דוגמאות.

אני משער שמכאן ואילך כל מורה שמכיר את האלגוריתם ימשיך בעצמו בלי בעיות. הנה עוד שתי דוגמאות. בדוגמה הבאה יש גם מאות: 758:2. גם כאן, כדאי ללוות את התהליך בציור בצד, שבו ה-758 מיוצג על ידי 7 מטבעות של 100, 5 מטבעות של 10, ו-8 אחדות. מתחילים משמאל, כלומר בחילוק המאות. 7 מאות לחלק ל-2 הן 3. אבל בכך עוד לא חילקנו מאה אחת. אי אפשר לחלק אותה. לכן נפרוט אותה לעשרות. אבל ב-758 יש כבר 5 עשרות, אלה המיוצגות על ידי הספרה השנייה. כשנוסיף אותן ל-10 העשרות מן המאה שפרטנו נקבל 15 עשרות. כשנחלק אותן ב-2 נקבל 7 עשרות. זו תהיה ספרת העשרות בתוצאה.

הנה התהליך הזה בכתיבה בצורת חילוק ארוך:

$$\begin{array}{lccc|c}
 & 3 & & & \\ \cline{1-4}
 & 7 & 5 & 8 & 2 \\
- & & & & \\
 & 6 & & & \\ \cline{1-4}
 & 1 & 5 & &
\end{array}$$

מהן ה-15? אם מלווים זאת בציור, הילדים יידעו מייד: 15 עשרות. 15 עשרות לחלק ל-2 הן 7 עשרות. זאת כותבים במקום של העשרות בתוצאה. אבל בכך חילקנו רק 14 עשרות. איך יודעים? כופלים 7 ב-2. בכתיבה האלגוריתמית זהו:

$$\begin{array}{lccc|c}
 & 3 & 7 & & \\ \cline{1-4}
 & 7 & 5 & 8 & 2 \\
- & & & & \\
 & 6 & & & \\ \cline{1-4}
 & 1 & 5 & & \\
- & & & & \\
 & 1 & 4 & & \\ \cline{1-4}
 & & 1 & &
\end{array}$$

מהי השארית? זוהי עשרת אחת שלא חולקה. האם אפשר לחלק אותה? לא. אבל אפשר לפרוט אותה ל-10 אחדות, ולהוסיף לה את 8 האחדות ב-758, שגם אותן עדיין לא חילקנו. נקבל 18 אחדות, וכשנחלק אותן ב-2 נקבל 9 אחדות. נכתוב אותן בספרת האחדות של התוצאה, הנה כך:

$$\begin{array}{ccc|c}
3 & 7 & 9 & \\ \hline
7 & 5 & 8 & 2
\end{array}$$

-
6
1 5
-
1 4
1 8

וזהו זה!

אחרי שמגיעים לשליטה מלאה בחלוקה ב-2 הדרך סלולה. כדאי עוד להתאמן בחילוק ארוך ב-3, וב-4. אחר כך אפשר להגיע למקרים מסובכים יותר.

לבסוף, כדאי לדון עם הילדים בשאלה מדוע מתחילים את חישוב החילוק משמאל. הסיבה היא בדיוק זו שבגללה בחיבור, בחיסור ובכפל מתחילים מימין: כדי לא לחזור בנו. בחישוב החיבור, למשל, מחיבור ספרות המאות של המחוברים לא נוכל לדעת מהי ספרת המאות של הסכום, אבל מחיבור ספרות האחדות שלהם אנו יודעים מייד את ספרת האחדות של הסכום. בחילוק המצב הפוך: חלוקת הספרה השמאלית ביותר של המחולק תגיד לנו בדיוק מהי הספרה המתאימה במנה.

לדוגמה, נחזור לתרגיל 758:2. כמה אחדות יהיו בתוצאה? לא ברור. לאו דווקא 8:2, כלומר 4 – הרי ראינו שבתוצאה יש דווקא 9 אחדות בודדות! אבל ברור כמה *מאות* יש. יש 7 מאות במחולק, וכשמחלקים 7 מאות ל-2 התשובה היא 3. ספרת המאות בתוצאה היא אם כן 3. דבר לא ישנה זאת עוד: חלוקת העשרות ב-2 לא תוסיף מאות לתוצאה.

סיכום

האם באמת אפשר ללמד כל זאת לילדים בכיתה ג'? אני סבור שכן, בתנאי שהמורה תדע בעצמה את כל השלבים, ואני סבור שמורה רגילה יכולה לעקוב אחרי התהליך שתואר כאן.

האם נורא אם הילד יידע את התהליך בצורה מכאנית? אני סבור שרוב הילדים יכולים להגיע עד לשלב של חילוק של מספרים דו-ספרתיים, כמו בתרגיל 74:2. מכאן ואילך העקרונות דומים, ואין זה סוף העולם אם התלמיד לא יעקוב בדיוק אחרי התהליך עם המאות. אבל, כאמור, אני מאמין שהדבר אפשרי. בתנאי, כמובן, שהשיטה העשרונית "יושבת" במוחם של התלמידים היטב. וזה מצריך התנסות ממושכת בקיבוץ בפועל של עשרות, של מאות ושל אלפים.